NOMS Prénoms des élèves du groupe :

-
-
-
-

Travail de groupe n° 4

1 heure

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	BONUS	Tenue du groupe
Total	5	9	4	2	2

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 7}{x^2 + 3}$.

1. Montrer que la dérivée de la fonction f est la fonction f' définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) = \dfrac{4(x^2 - 2x - 3)}{(x^2 + 3)^2}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. Compléter le tableau de variation de f ci-dessous.

x	$-\infty$		$\cdots$		$\cdots$		$+\infty$
$f'(x)$		$\cdots$	0	$\cdots$	0	$\cdots$	
$f(x)$							

Exercice 2

Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer des bactéries ou d'en limiter la propagation.

Le tableau ci-dessous donne la concentration dans le sang en fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient.

Temps en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en mg/l	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4

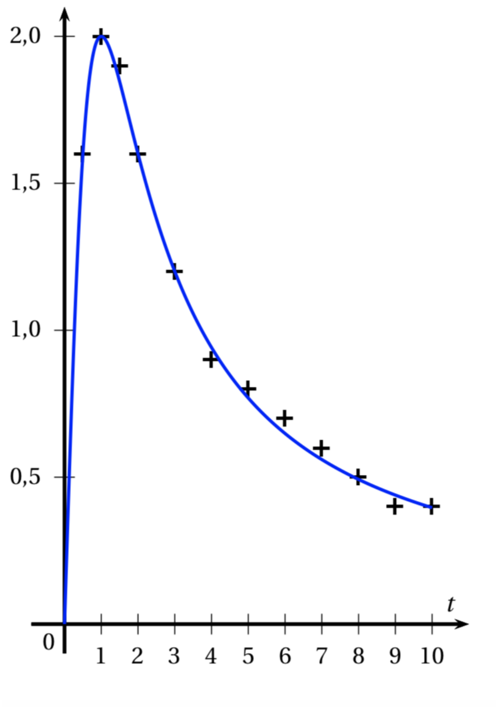
Ces données conduisent à la modélisation de la concentration en fonction du temps par la fonction g définie sur l'intervalle $[0~;~10]$ par :

$$g(t) = \frac{4t}{t^2 + 1}$$

Lorsque t représente le temps écoulé, en heures, depuis l'injection de l'antibiotique, $g(t)$ représente la concentration en mg/l de l'antibiotique.

Le graphique suivant représente les données du tableau et la courbe représentative de la fonction g.

1. Par lecture graphique donner sans justification :
   (a) les variations de la fonction g sur $[0\ ;\ 10]$;
   (b) la concentration maximale d'antibiotique lors des 10 premières heures ;
   (c) l'intervalle de temps pendant lequel la concentration de l'antibiotique dans le sang est supérieure à 1,2 mg/l.
2. (a) La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ 10]$ et sa dérivée est g'.
   Montrer que : $g'(t) = \dfrac{4\left(1-t^2\right)}{\left(t^2+1\right)^2}$
   (b) En utilisant l'expression de $g'(t)$, montrer que la concentration maximale serait, avec cette modélisation, atteinte exactement 1 heure après l'injection.



3. On définit la CMI (Concentration Minimale Inhibitrice) d'un antibiotique comme étant la concentration au dessus de laquelle les bactéries ne peuvent plus se multiplier.
   La CMI de l'antibiotique injecté est $1,2$ mg/l.
   Déterminer, par le calcul, le temps d'antibiotique utile c'est-à -dire la durée pendant laquelle la concentration de l'antibiotique étudiée est supérieure à sa CMI.

Exercice 3

Un producteur de légumes souhaite s'implanter dans une commune et livrer directement chez le consommateur des paniers de 5 kg de légumes variés labélisés « bio ».

La production mensuelle de légumes permettra de livrer au maximum 1 000 paniers par mois. Le coût total de production est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$C(x) = -\frac{1}{48}x^4 + \frac{5}{16}x^3 + 5x + 10$$

Lorsque x est exprimé en centaines de paniers, $C(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.

On admet que, pour tout nombre x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, le coût marginal est donné par la fonction $C_m = C'$ où C' est la fonction dérivée de C.

1. Calculer $C_m(6)$, le coût marginal pour six cents paniers vendus.
2. On note C'' la fonction dérivée seconde de C. Déterminer le plus grand intervalle de la forme $[0\ ;\ a]$ inclus dans $[0\,;\,10]$ sur lequel la fonction C est convexe (c'est-à-dire $C'' \geqslant 0$).

BONUS : La fonction $f\ :\ x \longmapsto \dfrac{x}{1+|x|}$ est-elle dérivable en 0 ? Justifier votre réponse.